

ФИЗИКА ЯДРА

Основные формулы

1 Массовое число ядра (число нуклонов в ядре)

$$A = Z + N,$$

где Z – число протонов (зарядовое число), N – число нейтронов

2 Закон радиоактивного распада

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

3 Число ядер ΔN распавшихся за время Δt

а) $\Delta t \geq T_{1/2}$

$$\Delta N = N_0 - N = N_0 (1 - e^{-\lambda t})$$

б) $\Delta t \ll T_{1/2}$

$$\Delta N = N \lambda \Delta t$$

4 Связь между периодом полураспада $T_{1/2}$ и постоянной радиоактивного распада λ

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda}$$

5 Среднее время жизни τ радиоактивного ядра, т.е. время, за которое число не распавшихся ядер уменьшается в e раз

$$\tau = \frac{1}{\lambda}$$

6 Число атомов N , содержащихся в радиоактивном изотопе, масса которого m и молярная масса M

$$N = \frac{m N_a}{M}, \text{ где } N_a \text{ – число Авогадро}$$

7 Активность A радиоактивного изотопа с активностью A_0 в начальный момент времени

$$A = -\frac{dN}{dt} = \lambda N \quad \text{или} \quad A = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\lambda t}$$

8 Удельная активность изотопа

$$a = A / t$$

9 Дефект массы ядра с зарядовым числом Z и массовым числом A

$$\Delta m = Z m_p + (A - Z) m_n - m_{\text{я}} \quad \text{или} \quad \Delta m = Z m_{\text{H}} + (A - Z) m_n - m_a$$

10 Энергия связи ядра

$$\Delta E = c^2 \Delta m,$$

где c – скорость света в вакууме

11 Во внесистемных единицах, если дефект массы ядра Δm выражен в а.е.м., а энергия связи $\Delta E_{\text{св}}$ в МэВ, $c^2 = 931 \frac{\text{МэВ}}{\text{а.е.м.}}$

$$\Delta E = 931 \Delta m.$$

Примеры решения задач

Задача 1. Вычислить дефект массы Δm и удельную энергии связи ΔE_0 ядра лития ${}^7_3\text{Li}$

Решение: Масса ядра всегда меньше суммы масс свободных (находящихся вне ядра) протонов и нейтронов, из которых ядро образовалось. Дефект массы ядра Δm и есть разность между суммой масс свободных нуклонов (протонов и нейтронов) и массой ядра, т.е.

$$\Delta m = Z m_p + (A - Z) m_n - m_{\text{я}} \quad (13.1)$$

где Z - атомный номер (число протонов в ядре);

A - массовое число (число нуклонов, составляющих ядро);

$m_p, m_n, m_{\text{я}}$ – соответственно массы протона, нейтрона и ядра.

В справочных таблицах всегда даются массы нейтральных атомов, но не ядер, поэтому формулу (13.1) целесообразно преобразовать так, чтобы в нее входила масса m_a нейтрального атома. Можно считать, что масса нейтрального атома равна сумме масс ядра и электронов, составляющих электронную оболочку атома:

$$m_a = m_{\text{я}} + Z m_e,$$

откуда

$$m_{\text{я}} = m_a - Zm_e \quad (13.2)$$

Выразив в равенстве (13.1) массу ядра по формуле (13.2), получаем

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_a + Zm_{\text{я}},$$

или

$$\Delta m = Z(m_p + m_e) + (A - Z)m_n - m_a$$

Замечая, что $m_p + m_e = m_H$, где m_H - масса атома водорода, окончательно находим

$$\Delta m = Zm_H + (A - Z)m_n - m_a \quad (13.3)$$

Подставив в выражение (13.3) числовые значения масс (см. таблицу 18), получим

$$\Delta m = [3 \cdot 1,00783 + (7 - 3) \cdot 1,00867 - 7,01601] \text{ а.е.м.} = 0,04216 \text{ а.е.м.}$$

В соответствии с законом пропорциональности массы и энергии

$$\Delta E = c^2 \Delta m, \quad (13.4)$$

где c – скорость света в вакууме.

Коэффициент пропорциональности c^2 может быть выражен двояко:

$$c^2 = 9 \cdot 10^{16} \text{ м}^2/\text{с}^2 \quad \text{или} \quad c^2 = \frac{\Delta E}{\Delta m} = 9 \cdot 10^{16} \text{ Дж/кг.}$$

Если вычислить энергию связи, пользуясь внесистемными единицами, то $c^2 = 931 \text{ МэВ/а.е.м.}$ С учетом этого формула (13.4) примет вид

$$\Delta E = 931 \Delta m \text{ (МэВ)}. \quad (13.5)$$

Удельной энергией связи нуклонов в ядре называют энергию связи ядра, приходящуюся на один нуклон, т.е.

$$\Delta E_0 = \Delta E / A.$$

Таким образом, в соответствии с формулой (13.5) имеем:

$$\Delta E_0 = 931 \Delta m / A \text{ (МэВ)}. \quad (13.6)$$

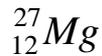
Подставим найденное значение дефекта массы $\Delta m = 0,04216 \text{ а.е.м.}$, массовое число (число нуклонов) для ${}^7_3\text{Li}$ $A = 7$ и произведем вычисления:

$$\Delta E_0 = \frac{931 \cdot 0,04216}{7} = 4,7 \text{ МэВ.}$$

Ответ: $\Delta m = 0,04216$ а.е.м.; $\Delta E_0 = 4,7$ МэВ.

Задача 2. Определить начальную активность A_0 радиоактивного препарата магния ${}^{27}_{12}\text{Mg}$ массой $m = 0,2$ мкг, а также его активность A через время $t = 6$ ч. Период полураспада $T_{1/2}$ магния 10 мин.

Дано:



$$m = 0,2 \text{ мкг} = 0,2 \cdot 10^{-9} \text{ кг}$$

$$t = 6 \text{ ч} = 2,16 \cdot 10^3 \text{ с}$$

$$T_{1/2} = 10 \text{ мин} = 600 \text{ с}$$

$$A_0 = ? \quad A = ?$$

Решение: Активность A изотопа характеризует скорость радиоактивного распада и определяется отношением числа dN ядер, распавшихся за интервал времени dt , к этому интервалу:

$$A = - \frac{dN}{dt} . \quad (13.7)$$

Знак «-» показывает, что число N радиоактивных ядер с течением времени убывает.

Для того, чтобы найти $\frac{dN}{dt}$, воспользуемся законом радиоактивного распада:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \quad (13.8)$$

где N - число радиоактивных ядер, содержащихся в изотопе, в момент времени t ; N_0 - число радиоактивных ядер в момент времени, принятый за начальный ($t=0$); λ - постоянная радиационного распада.

Продифференцируем выражение (13.8) по времени:

$$\frac{dN}{dt} = - \lambda N_0 e^{-\lambda t}, \quad (13.9)$$

Исключив из формул (13.7) и (13.9) $\frac{dN}{dt}$, находим активность препарата в момент времени t :

$$A = \lambda N_0 e^{-\lambda t} \quad (13.10)$$

Начальную активность A_0 препарата получим при $t=0$;

$$A_0 = \lambda N_0 \quad (13.11)$$

Постоянная радиоактивного распада λ связана с периодом полураспада $T_{1/2}$ соотношением

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} . \quad (13.12)$$

Число N_0 радиоактивных ядер, содержащихся в изотопе, равно произведению постоянной Авогадро N_A на количество вещества ν данного изотопа:

$$N_0 = \nu N_A = \frac{m}{\mu} N_A , \quad (13.13)$$

где m - масса изотопа; μ - молярная масса.

С учетом выражений (13.12) и (13.13) формулы (13.10) и (13.11) принимают вид

$$A_0 = \frac{m}{\mu} \frac{\ln 2}{T_{1/2}} N_A \quad (13.14)$$

$$A = \frac{m}{\mu} \frac{\ln 2}{T_{1/2}} N_A e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t} \quad (13.15)$$

Проверим единицы физических величин:

$$[A] = [A_0] = \frac{\text{кг} \cdot \text{моль}^{-1}}{\text{кг} \cdot \text{моль}^{-1} \cdot \text{с}} = \text{с}^{-1} = \text{Бк}$$

Произведем вычисления, учитывая, что $\mu = 27 \cdot 10^{-3}$ кг/моль,

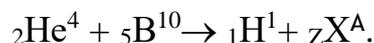
$$A_0 = \frac{0,2 \cdot 10^{-9}}{27 \cdot 10^{-3}} \frac{0,693}{600} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \text{ Бк} = 5,13 \cdot 10^{12} \text{ Бк} = 5,13 \text{ ТБк.}$$

$$A = \frac{0,2 \cdot 10^{-9}}{27 \cdot 10^{-3}} \frac{0,693}{600} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \cdot e^{-\frac{0,693}{600} \cdot 2,16 \cdot 10^4} \text{ Бк} = 81,3 \text{ Бк}$$

Ответ: $A_0 = 5,13 \text{ ТБк}$, $A = 81,3 \text{ Бк}$

Задача 3. При соударении α - частицы с ядром бора ${}^{10}_5\text{B}$ произошла ядерная реакция, в результате которой образовалось два новых ядра. Одним из этих ядер было ядро атома водорода ${}^1_1\text{H}$. Определить порядковый номер и массовое число второго ядра, дать символическую запись ядерной реакции и определить ее энергетический эффект.

Решение: Обозначим неизвестное ядро символом ${}_Z\text{X}^A$. Так как α - частица представляет собой ядро гелия ${}_2\text{He}^4$, запись реакции будет иметь вид



Применив закон сохранения числа нуклонов, получим уравнение

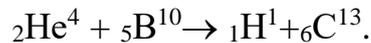
$$4+10=1+A,$$

откуда $A=13$.

Применив закон сохранения заряда, получим уравнение

$$2 + 5 = 1 + Z,$$

откуда $Z=6$. Следовательно, неизвестное ядро является ядром атома изотопа углерода ${}_6\text{C}^{13}$. Теперь можем записать реакцию в окончательном виде:



Энергетический эффект Q ядерной реакции определяется по формуле

$$Q=931 [(m_{\text{He}} + m_{\text{B}}) - (m_{\text{H}} + m_{\text{C}})] \quad (13.16)$$

Здесь в первых круглых скобках указаны массы исходных ядер, во вторых скобках – массы ядер – продуктов реакции. При числовых подсчетах по этой формуле массы ядер заменяют массами нейтральных атомов. Возможность такой замены вытекает из следующих соображений.

Число электронов в электронной оболочке нейтрального атома равно его зарядовому числу Z . Сумма зарядовых чисел исходных ядер равна сумме зарядовых чисел ядер – продуктов реакции. Следовательно, электронные оболочки ядер гелия и бора содержат вместе столько же электронов, сколько их содержат электронные оболочки ядер углерода и водорода.

Очевидно, что при вычитании суммы масс нейтральных атомов углерода и водорода из суммы масс атомов гелия и бора массы электронов выпадут, и мы получим тот же результат, как если бы брали массы ядер.

Проверим единицы физических величин в формуле (13.16):

$$[Q] = \frac{MэВ}{(a.e.m.)} (a.e.m.) = MэВ.$$

Подставив массы атомов, взятые из справочной таблицы 18, в расчетную формулу, получим

$$Q=931 [(4,00260 + 10,01294) - (1,00783 + 13,00335)] MэВ=4,06 MэВ.$$

Ответ: $Z=6$; $A=13$; $Q = 4,06 MэВ$.

П Р И Л О Ж Е Н И Е

Таблица 1. Основные физические постоянные (округленные значения)

Физическая постоянная	Обозначение	Значение
Ускорение свободного падения	g	9,81 м/с ²
Гравитационная постоянная	G	6,67·10 ⁻¹¹ м ³ /(кг·с ²)
Число Авогадро	N_A	6,02·10 ²³ моль ⁻¹
Универсальная газовая постоянная	R	8,31 Дж/(моль·К)
Постоянная Больцмана	k	1,38·10 ⁻²³ Дж/К
Элементарный заряд	e	1,60·10 ⁻¹⁹ Кл
Скорость света в вакууме	c	3,00·10 ⁸ м/с
Масса покоя электрона	m_e	9,1·10 ⁻³¹ кг
Масса покоя протона	m_p	1,67·10 ⁻²⁷ кг
Нормальные условия: давление	P	1,01·10 ⁵ Па
температура	T	273 К
Электрическая постоянная	ϵ_0	8,85·10 ⁻¹² Ф/м
Магнитная постоянная	μ_0	4π·10 ⁻⁷ Гн/м
Постоянная Стефана-Больцмана	σ	5,67·10 ⁻⁸ $\frac{Вт}{м^2 \cdot К^4}$
Постоянная Вина (первый закон)	b	2,9 ·10 ⁻³ м·К
Постоянная Вина (второй закон)	c	1,3 ·10 ⁻⁵ Вт/(м ³ ·К ⁵)
Постоянная Планка	h	6,63·10 ⁻³⁴ Дж·с
	\hbar	1,05·10 ⁻³⁴ Дж·с
Постоянная Ридберга	R	1,1·10 ⁷ м ⁻¹
	R'	3,3·10 ¹⁵ с ⁻¹
Энергия ионизации атома водорода	E_i	2,18·10 ⁻¹⁸ Дж (13,6эВ)
Атомная единица массы	$1a.e.m$	1,660·10 ⁻²⁷ кг
Радиус Бора	a_0	0,529·10 ⁻¹⁰ м
Модуль Юнга для стали	E	0,2 ТПа

Таблица 2. Плотность твердых тел

Твердое тело	Плотность кг/м ³	Твердое тело	Плотность кг/м ³	Твердое тело	Плотность кг/м ³
Алюминий	2,70·10 ³	Железо	7,88·10 ³	Свинец	11,3·10 ³
Барий	3,50·10 ³	Литий	0,53·10 ³	Серебро	10,5·10 ³
Ванадий	6,02·10 ³	Медь	8,93·10 ³	Цезий	1,90·10 ³
Висмут	9,80·10 ³	Никель	8,90·10 ³	Цинк	7,15·10 ³
Латунь	8,4·10 ³	Сталь	7,70·10 ³	Фарфор	2,3·10 ³

Таблица 3. Плотность жидкостей

Жидкость	Плотность кг/м ³	Жидкость	Плотность кг/м ³
Вода (при 4 °С)	1,00·10 ³	Сероуглерод	1,26·10 ³
Глицерин	1,26·10 ³	Спирт	0,80·10 ³
Ртуть	13,6·10 ³	Касторовое масло	0,9·10 ³
Машинное масло	0,9·10 ³	Нефть	0,85·10 ³

Таблица 4. Плотность газов (при нормальных условиях)

Газ	Плотность кг/м ³	Газ	Плотность кг/м ³
Аргон	1,78	Гелий	0,18
Водород	0,09	Кислород	1,43
Воздух	1,29	Азот	1,25

Таблица 5. Эффективный диаметр молекул, динамическая вязкость и теплопроводность газов при нормальных условиях

Вещество	Эффективный диаметр d·10 ¹⁰ , м	Динамическая вязкость η, мкПа·с	Теплопроводность α, мВт/(м·К)
Азот	0,38	16,6	24,3
Аргон	0,35	21,5	16,2
Водород	0,28	8,66	168
Воздух	0,27	17,2	24,1
Гелий	0,22	18,9	142
Кислород	0,29	19,8	24,4
Пары воды	0,30	8,32	15,8

Таблица 6. Динамическая вязкость η жидкостей при 20 °С

Вещество	Динамическая вязкость η, мПа·с	Вещество	Динамическая вязкость η, мПа·с
Вода	1,00	Масло машинное	100
Глицерин	1480	Ртуть	1,58
Масло касторовое	987		

Таблица 7. Молярные массы некоторых газов

Газ	Молярная масса $\mu \cdot 10^3$, кг/моль	Газ	Молярная масса $\mu \cdot 10^3$, кг/моль
Гелий	4	Углерод	24
Аргон	40	Азот	28
Неон	20	Воздух	29
Водород	2	Пары воды	18
Кислород	32		

Таблица 8. Удельная теплоемкость

Вещество	Удельная теплоемкость c , Дж/(кг·К)	Вещество	Удельная теплоемкость c , Дж/(кг·К)
Вода	4190	Нихром	220
Лед	2100	свинец	126

Таблица 9. Удельная теплота плавления

Вещество	Удельная теплота плавления λ , Дж/кг
Лед	$33,5 \cdot 10^4$
Свинец	$2,3 \cdot 10^4$

Таблица 10. Удельная теплота парообразования

Вещество	Удельная теплота парообразования r , Дж/кг
Вода	$22,5 \cdot 10^5$
Эфир	$6,68 \cdot 10^5$

Таблица 11. Диэлектрическая проницаемость

Вещество	Проницаемость	Вещество	Проницаемость
Парафин	2,0	Вода	81
Стекло	7,0	Масло трансформаторное	2,2

Таблица 12. Удельное сопротивление металлов

Металл	Удельное сопротивление металлов, Ом·м	Металл	Удельное сопротивление металлов, Ом·м
Железо	$9,8 \cdot 10^{-8}$	Медь	$1,72 \cdot 10^{-8}$
Нихром	$1,1 \cdot 10^{-6}$	Серебро	$1,6 \cdot 10^{-8}$
Никелин	$4 \cdot 10^{-7}$		

Таблица 13. Показатель преломления

Вещество	Показатель	Вещество	Показатель
Алмаз	2,42	Глицерин	1,47
Вода	1,33	Стекло	1,50

Таблица 14. Масса и энергия покоя некоторых частиц

Частица	m_0		E_0	
	кг	а.е.м.	Дж	МэВ
Электрон	$9,11 \cdot 10^{-31}$	0,00055	$8,16 \cdot 10^{-14}$	0,511
Протон	$1,672 \cdot 10^{-27}$	1,00728	$1,50 \cdot 10^{-10}$	938
Нейтрон	$1,675 \cdot 10^{-27}$	1,00867	$1,51 \cdot 10^{-10}$	939
Дейтрон	$3,35 \cdot 10^{-27}$	2,01355	$3,00 \cdot 10^{-10}$	1876
α -частица	$6,64 \cdot 10^{-27}$	4,00149	$5,96 \cdot 10^{-10}$	3733
Нейтральный мезон π -	$2,41 \cdot 10^{-28}$	0,14498	$2,16 \cdot 10^{-11}$	135

Таблица 15. Работа выхода электронов

Металл	Дж	эВ
Калий	$3,5 \cdot 10^{-19}$	2,2
Литий	$3,7 \cdot 10^{-19}$	2,3
Серебро	$7,5 \cdot 10^{-19}$	4,7
Цинк	$6,4 \cdot 10^{-19}$	4,0

Таблица 16. Относительные атомные массы (атомные веса) A и порядковые номера Z некоторых элементов

Элемент	Химический символ	A	Z
Азот	N	14	7
Алюминий	Al	27	13
Водород	H	1	1
Вольфрам	W	184	74
Гелий	He	4	2
Железо	Fe	56	26
Золото	Au	197	79
Калий	K	39	19
Кальций	Ca	40	20
Кислород	O	16	8
Магний	Mg	24	12
Марганец	Mn	55	25
Медь	Cu	64	29
Молибден	Mo	96	42
Натрий	Na	23	11
Никель	Ni	59	28
Платина	Pt	195	78
Сера	S	32	16
Серебро	Ag	108	47
Уран	U	238	92
Углерод	C	12	6
Хлор	Cl	35	17

Таблица 17. Периоды полураспада радиоактивных изотопов.

Изотоп	Символ	Период полураспада
Магний	${}_{12}\text{Mg}^{27}$	10 мин
Фосфор	${}_{15}\text{P}^{32}$	14,3 суток
Кобальт	${}_{27}\text{Co}^{60}$	5,3 года
Стронций	${}_{38}\text{Sr}^{90}$	27 лет
Йод	${}_{53}\text{I}^{131}$	8 суток
Актиний	${}_{89}\text{Ac}^{225}$	10 суток
Торий	${}_{90}\text{Th}^{229}$	$7 \cdot 10^3$ лет
Уран	${}_{92}\text{U}^{238}$	$4,5 \cdot 10^9$ лет
Радий	${}_{88}\text{Ra}^{219}$	10^{-3} сек
	${}_{88}\text{Ra}^{226}$	$1,62 \cdot 10^3$ лет

Таблица 18. Массы нейтрона и некоторых атомов

Изотоп	Символ	Масса (а.е.м)
Нейтрон	${}_0n^1$	1,00867
Водород	${}_1H^1$	1,00783
	${}_1H^2$	2,01410
	${}_1H^3$	3,01605
Гелий	${}_2He^3$	3,01603
	${}_2He^4$	4,00260
Литий	${}_3Li^6$	6,01513
	${}_3Li^7$	7,01601
Бериллий	${}_4Be^7$	7,01693
	${}_4Be^9$	9,01219
Бор	${}_5B^{10}$	10,01294
	${}_5B^{11}$	11,00930
Углерод	${}_6C^{12}$	12,00000
	${}_6C^{13}$	13,00335
	${}_6C^{14}$	14,00324
Азот	${}_7N^{14}$	14,00307
Кислород	${}_8O^{16}$	15,99491
	${}_8O^{17}$	16,99913
Магний	${}_{12}Mg^{23}$	22,99414

Таблица 19. внесистемные единицы, допущенные к применению наравне с единицами СИ, их связь с единицами СИ

Наименование величины	Единица		
	Название	Обозначение	Соотношение с единицей СИ
Масса	тонна	т	$1\text{т} = 10^3 \text{ кг}$
	атомная единица массы	а.е.м.	$1 \text{ а.е.м.} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Время	минута	мин	$1 \text{ мин} = 60 \text{ с}$
	час	ч	$1\text{ч} = 3600 \text{ с}$
	сутки	сут	$1 \text{ сут} = 86400 \text{ с}$
	год	год	$1 \text{ год} = 365,25 \text{ сут} = 3,16 \cdot 10^7 \text{ с}$
Работа, энергия	электрон -вольт	эВ	$1\text{эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$

Таблица 20. Некоторые астрономические величины

Наименование	Значение
Радиус Земли	$6,37 \cdot 10^6 \text{ м}$
Масса Земли	$5,98 \cdot 10^{24} \text{ кг}$
Радиус Солнца	$6,95 \cdot 10^8 \text{ м}$
Масса Солнца	$1,98 \cdot 10^{30} \text{ кг}$

Таблица 21. Множители и приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц и их наименования

Приставка		Множитель	Приставка		Множитель
Наименование	Обозначение		Наименование	Обозначение	
экса	Э	10^{18}	деци	д	10^{-1}
пэта	П	10^{15}	санتي	с	10^{-2}
тера	Т	10^{12}	милли	м	10^{-3}
гига	Г	10^9	микро	мк	10^{-6}
мега	М	10^6	нано	н	10^{-9}
кило	к	10^3	пико	п	10^{-12}
гекто	г	10^2	фемто	ф	10^{-15}
дека	да	10^1	атто	а	10^{-18}